1.6 ΛΥΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Χρησιμοποιώντας Πίνακα Αληθείας, να αποδειχθεί ότι ισχύει:
$\overline{\overline{A}\cdot B+A\cdot\overline{B}}=A\cdot B+\overline{A}\cdot\overline{B}$

Πράγματι, η σχέση $\overline{\overline{A}\cdot B+A\cdot\overline{B}}=A\cdot B+\overline{A}\cdot\overline{B}$
ισχύει όπως φαίνεται από τον Πίνακα Αληθείας του Πίνακα 1.7.1.

Πίνακας 1.6.1
Πίνακας Αληθείας
για την απόδειξη της σχέσης $\overline{\overline{A}\cdot B+A\cdot\overline{B}}=A\cdot B+\overline{A}\cdot\overline{B}$

A	B	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{A}\cdot B$	$A\cdot\overline{B}$	$A\cdot B$	$\overline{A}\cdot\overline{B}$	$\overline{A}\cdot B+A\cdot\overline{B}$	$\overline{\overline{A}\cdot B+A\cdot\overline{B}}$	$A\cdot B+\overline{A}\cdot\overline{B}$
0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1
0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0
1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0
1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1

2. Χρησιμοποιώντας Πίνακα Αληθείας, να αποδειχθεί ότι ισχύει:
$A\cdot B+\overline{A}\cdot C+B\cdot C=A\cdot B+\overline{A}\cdot C$

Πράγματι, η σχέση $A\cdot B+\overline{A}\cdot C+B\cdot C=A\cdot B+\overline{A}\cdot C$ ισχύει όπως φαίνεται από τον Πίνακα Αληθείας του Πίνακα 1.6.2.

Πίνακας 1.6.2
Πίνακας Αληθείας
για την απόδειξη της σχέσης $A\cdot B+\overline{A}\cdot C+B\cdot C=A\cdot B+\overline{A}\cdot C$

A	B	C	$\overline{A}$	$A\cdot B$	$\overline{A}\cdot C$	$B\cdot C$	$A\cdot B+\overline{A}\cdot C+B\cdot C$	$A\cdot B+\overline{A}\cdot C$
0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	1	0	1	1
0	1	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0	1	1
1	1	1	0	1	0	1	1	1

3. Χρησιμοποιώντας Άλγεβρα Boole, να αποδειχθεί ότι ισχύει:
$\overline{A\oplus B}=A\odot B$

$$\overline{A\oplus B}=\overline{A\cdot\overline{B}+\overline{A}\cdot B}=$$
$$=\overline{A\cdot\overline{B}}\cdot\overline{\overline{A}\cdot B}=$$
$$=(\overline{A}+B)\cdot(A+\overline{B})=$$

$=\overline{A}\cdot A+\overline{A}\cdot\overline{B}+B\cdot A+B\cdot\overline{B}=$

$=0+\overline{A}\cdot\overline{B}+A\cdot B+0=$

$=A\cdot B+\overline{A}\cdot\overline{B}=A\odot B$

4. Να γίνουν οι πράξεις:

α. $Y1=(A+\overline{B})\cdot(B\cdot\overline{B})+(A+1)\cdot\overline{A}$

β. $Y2=\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}+\overline{A}\cdot B\cdot\overline{C}+A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}+A\cdot B\cdot\overline{C}$

γ. $Y3=(\overline{A}+A\cdot B)\cdot(\overline{A}+B)$

δ. $Y4=((A\cdot 1)+\overline{B})+(A\cdot(0+B))$

α. $Y1=(A+\overline{B})\cdot(B\cdot\overline{B})+(A+1)\cdot\overline{A}=$

$=(A+\overline{B})\cdot 0+1\cdot\overline{A}=$

$=0+\overline{A}=$

$=\overline{A}$

β. $Y2=\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}+\overline{A}\cdot B\cdot\overline{C}+A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}+A\cdot B\cdot\overline{C}=$

$=(\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}+A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C})+(\overline{A}\cdot B\cdot\overline{C}+A\cdot B\cdot\overline{C})=$

$=(\overline{A}+A)\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}+(\overline{A}+A)\cdot B\cdot\overline{C}=$

$=1\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}+1\cdot B\cdot\overline{C}=$

$=\overline{B}\cdot\overline{C}+B\cdot\overline{C}=$

$=(\overline{B}+B)\cdot\overline{C}=$

$=1\cdot\overline{C}=$

$=\overline{C}$

γ. $Y3=(\overline{A}+A\cdot B)\cdot(\overline{A}+B)=$

$=\overline{A}\cdot\overline{A}+\overline{A}\cdot B+A\cdot B\cdot\overline{A}+A\cdot B\cdot B=$

$=\overline{A}+\overline{A}\cdot B+(A\cdot\overline{A})\cdot B+A\cdot(B\cdot B)=$

$=\overline{A}+\overline{A}\cdot B+0\cdot B+A\cdot B=$

$=\overline{A}+\overline{A}\cdot B+A\cdot B=$

$=\overline{A}+(\overline{A}+A)\cdot B=$

$=\overline{A}+1\cdot B=$

$=\overline{A}+B$

δ. $Y4=((A\cdot 1)+\overline{B})+(A\cdot(0+B))=$

$=(A+\overline{B})+(A\cdot B)=$

$=A+\overline{B}+A\cdot B=$

$=(A+A\cdot B)+\overline{B}=$

$=A+\overline{B}$ (Θεώρημα απορρόφησης)