$1^η$ Θεματική Ενότητα : Δυαδικά Συστήματα

Δεκαδικοί Αριθμοί

Βάση : 10

Ψηφία : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Αριθμοί: Συντελεστές **X** δυνάμεις του 10

$7392.25 = 7x10^3 + 3x10^2 + 9x10^1 + 2x10^0 + 2x10^{-1} + 5x10^{-2}$

$a_3a_2a_1a_0.a_{-1}a_{-2}$ όπου $0 \leq a_i \leq 9$, $\ldots + a_i x10^i + \ldots$

Δυαδικοί Αριθμοί

Βάση : 2

Ψηφία : 0, 1

Συντελεστές **X** δυνάμεις του 2

$1011.01_2 = 1x2^3 + 0x2^2 + 1x2^1 + 1x2^0 + 0x2^{-1} + 1x2^{-2} = 11.25_{10}$

$a_3a_2a_1a_0.a_{-1}a_{-2}$ όπου $0 \le a_i \le 1$, $\ldots + a_i x 2^i + \ldots$

Οι δείκτες υποδυκνείουν την βάση που χρησιμοποιείται

Οκταδικοί Αριθμοί

Βάση : 8

Ψηφία : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

Συντελεστές **Χ** δυνάμεις του 8

$23.06_8 = 2x8^1 + 3x8^0 + 0x8^{-1} + 6x8^{-2} = 19.375_{10}$

$a_3a_2a_1a_0.a_{-1}a_{-2}$ όπου $0 \leq a_i \leq 7$, $\ldots + a_i x 8^i + \ldots$

Δεκαεξαδικοί Αριθμοί

Βάση : 16

Ψηφία : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

Συντελεστές **X** δυνάμεις του 16

$AF.1_{16} = 10x16^{1} + 15x16^{0} + 1x16^{-1} = 175.0625_{10}$

$a_3a_2a_1a_0.a_{-1}a_{-2}$ όπου $0 \le a_i \le 15$, $\ldots + a_i x16^{i} + \ldots$

r-αδικοί Αριθμοί

Βάση : r

Ψηφία : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, …, r-1

Συντελεστές **X** δυνάμεις του r

$23.5_r = 2xr^1 + 3xr^0 + 5xr^{-1} = (2r+3+5/r)_{10}$

$a_3a_2a_1a_0.a_{-1}a_{-2}$ όπου $0 \leq a_i \leq r-1$, $\ldots + a_i x r^i + \ldots$

Αριθμοί Διαφόρων Βάσεων

ΠΙΝΑΚΑΣ 1-1
Αριθμοί σε διάφορες βάσεις

Δεκαδικό (βάση 10)	Δυαδικό (βάση 2)	Οκταδικό (βάση 8)	Δεκαεξαδικό (βάση16)
00	0000	00	0
01	0001	01	1
02	0010	02	2
03	0011	03	3
04	0100	04	4
05	0101	05	5
06	0110	06	6
07	0111	07	7
08	1000	10	8
09	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

Δυνάμεις του 2

Οι δυνάμεις του 2 είναι απαραίτητες στην τεχνολογία των Υπολογιστων

n	2^n	n	2^n	n	2^n
0	1	8	256	16	65,536
1	2	9	512	17	131,072
2	4	10	1,024 (1K)	18	262,144
3	8	11	2,048	19	524,288
4	16	12	4,096 (4K)	20	1,048,576 (1M)
5	32	13	8,192	21	2,097,152
6	64	14	16,384	22	4,194,304
7	128	15	32,768	23	8,388,608

Υπολογιστική Ακρίβεια

Ο αριθμός των δυαδικών ψηφίων αναπαράστασης αριθμών καθορίζει την ακρίβεια των αριθμών σε έναν Η/Υ

8 bit

0	0	0	0	0	0	0	0

0...255

1	1	1	1	1	1	1	1

16 bit

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

0...65535

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

24 bit

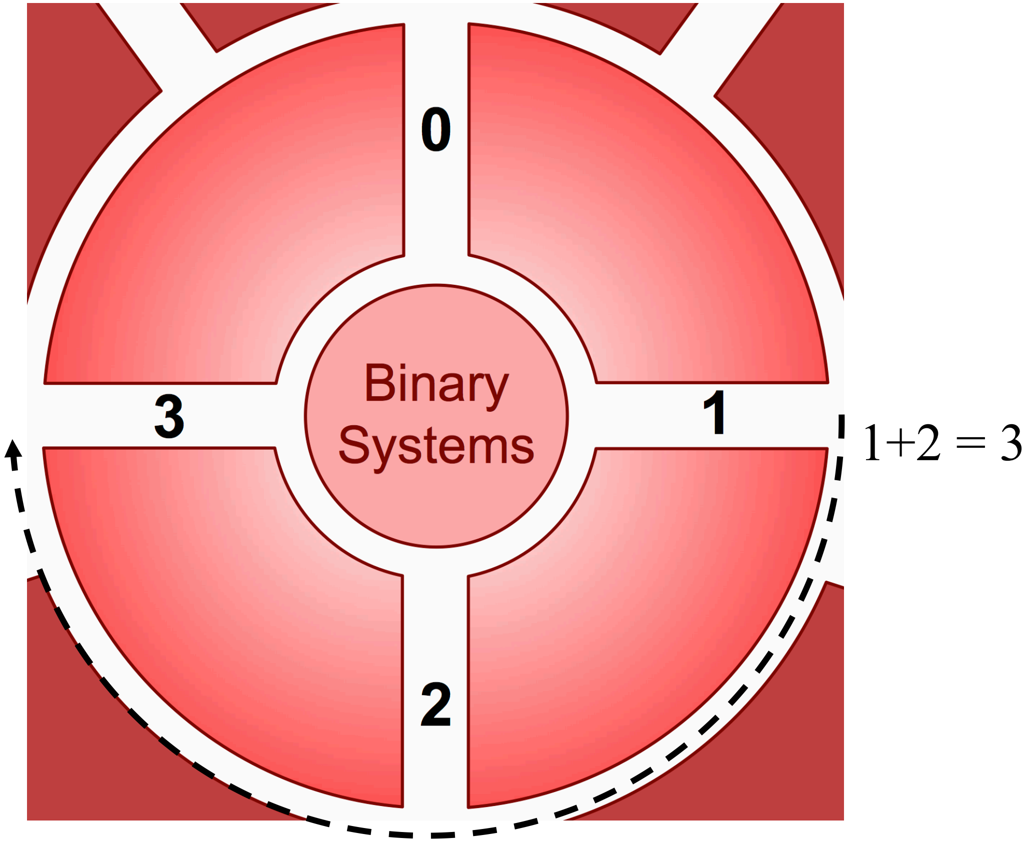
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

0...16.777.215

Πεπερασμένη Ακρίβεια

Τι συμβαίνει όταν η ακρίβεια δεν αρκεί;



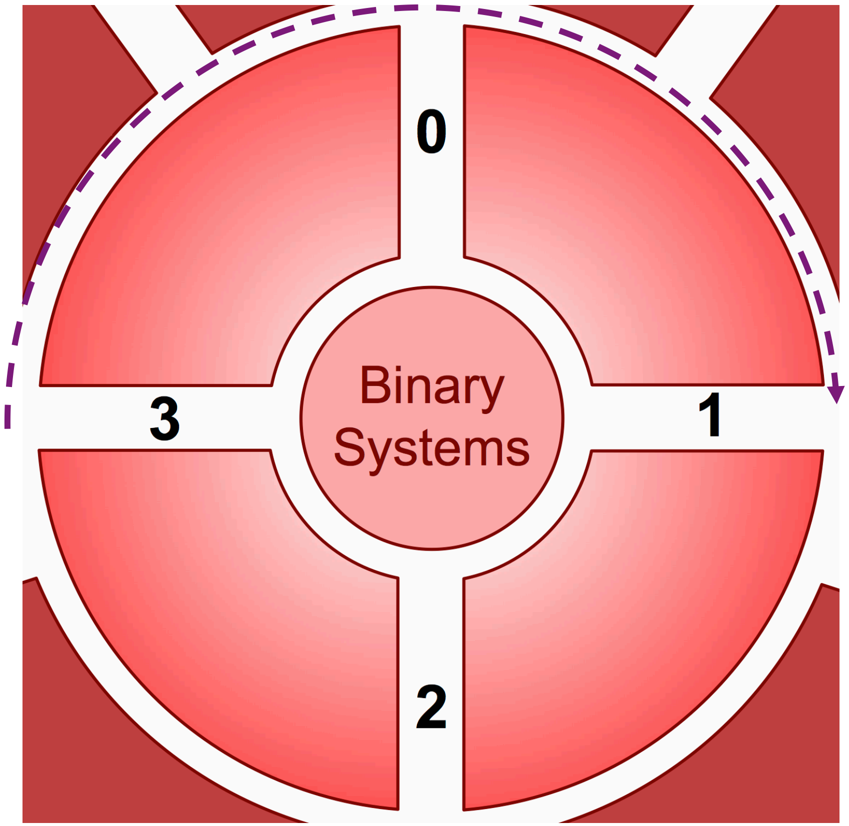
Στα δύο δυαδικά ψηφία η πράξη 1+2 δίνει σωστό αποτέλεσμα

Πεπερασμένη Ακρίβεια

Τι συμβαίνει όταν η ακρίβεια δεν αρκεί;

3+2 = 1

????

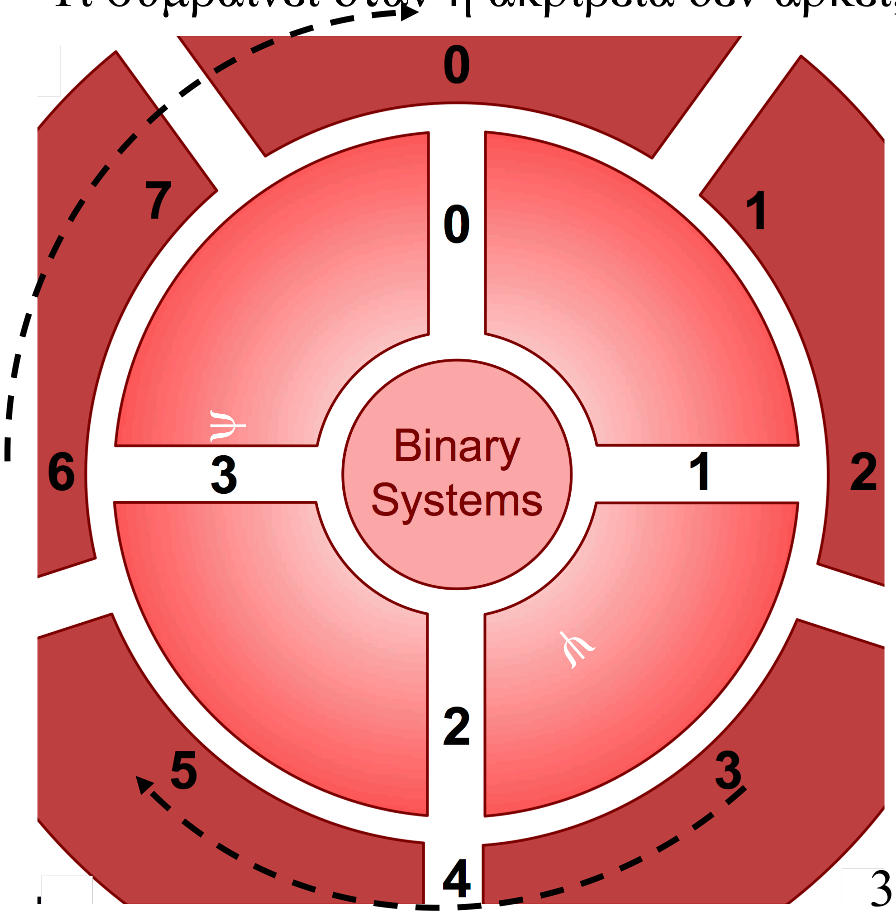


Η αριθμητική πεπερασμένης ακρίβειας έχει ιδιόμορφα αποτελέσματα

Πεπερασμένη Ακρίβεια

Τι συμβαίνει όταν η ακρίβεια δεν αρκεί;

Η πράξη όμως
6+2 = 0 είναι
λάθος

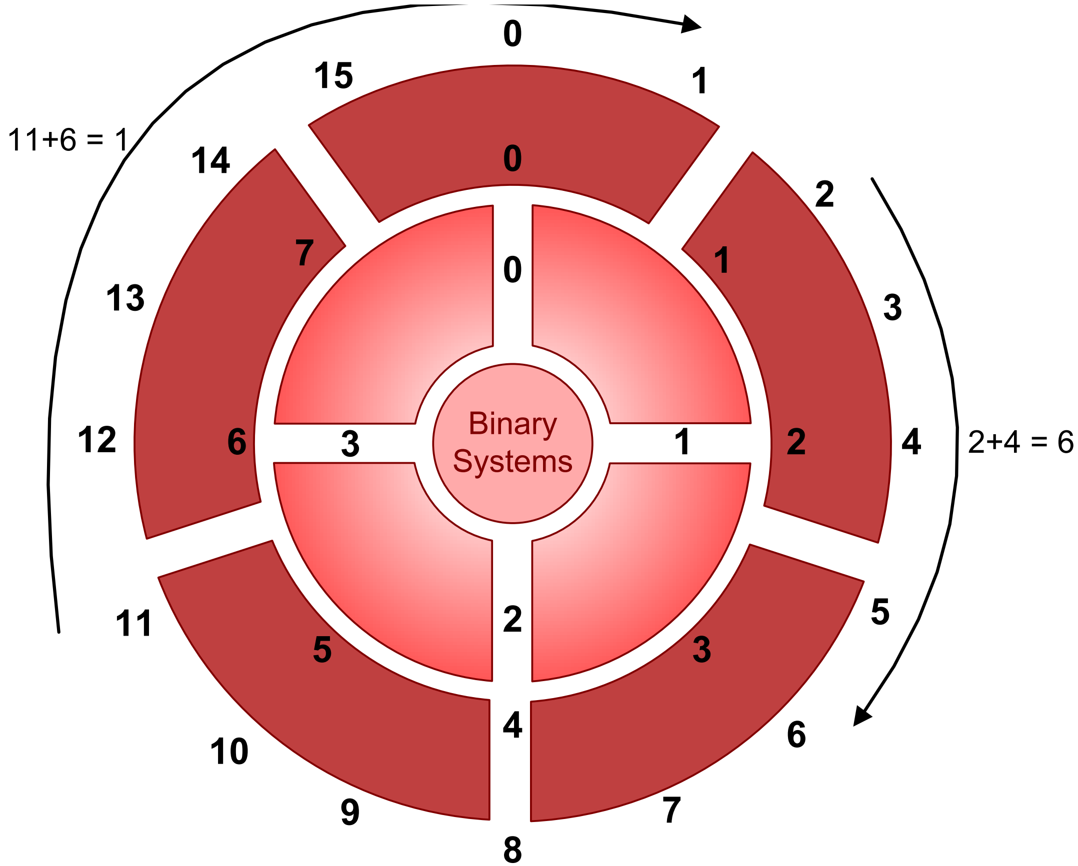


3+2 = 5

Στα τρία δυαδικά ψηφία η πράξη 3+2 = 5 γίνεται σωστά.

Πεπερασμένη Ακρίβεια

Τι συμβαίνει όταν η ακρίβεια δεν αρκεί;



Όσο περισσότερα δυαδικά ψηφία έχουμε στην διάθεση μας τόσο πιο ακριβή αποτελέσματα μπορούμε να δώσουμε

Δυαδικοί Αριθμοί – Αριθμητικές Πράξεις

```
 1 0 1 1 1 1 0
- - - - - - - - - -
   1 0 1 1 0 1
+  1 0 0 1 1 1
-------------------
 1 0 1 0 1 0 0
```

A	+	B	+	C_{in}	=	C	S
0	+	0	+	0	=	0	0
0	+	0	+	1	=	0	1
0	+	1	+	0	=	0	1
0	+	1	+	1	=	1	0
1	+	0	+	0	=	0	1
1	+	0	+	1	=	1	0
1	+	1	+	0	=	1	0
1	+	1	+	1	=	1	1

A	-	(B	+	C_{in})	=	C	S
0	-	(0	+	0)	=	0	0
0	-	(0	+	1)	=	1	1
0	-	(1	+	0)	=	1	1
0	-	(1	+	1)	=	1	0
1	-	(0	+	0)	=	0	1
1	-	(0	+	1)	=	0	0
1	-	(1	+	0)	=	0	0
1	-	(1	+	1)	=	1	1

```
 0 0 0 1 1 0 0
- - - - - - - - - -
   1 0 1 1 0 1
-  1 0 0 1 1 1
-------------------
   0 0 0 1 1 0
```

```
     1 0 1 1
   x   1 0 1
------------
     1 0 1 1
   0 0 0 0
 1 0 1 1
------------
 1 1 0 1 1 1
```

```
1 0 1 0 1 1 0 | 1 0 1
1 0 1         |----------
-----         | 1 0 0 0 1
    0 1 1 0   |
     1 0 1    |
    -----     |
     0 0 1    |
```

Μετατροπή από Βάση r => Βάση 10

r-αδικό σύστημα αρίθμησης:

Πολ/ζουμε κάθε συντελεστή με την αντίστοιχη δύναμη του r και κάνουμε πρόσθεση

πχ. για r = 8

$$(630.4)_8 = 6 \text{ x } 8^2 + 3 \text{ x } 8^1 + 0 \text{ x } 8^0 + 4 \text{ x } 8^{-1} = 384 + 24 + 0.5 = (408.5)_{10}$$

Δυαδικό σύστημα αρίθμησης:

Βρίσκουμε το άθροισμα των δυνάμεων του 2 εκείνων των συντελεστών που έχουν τιμή 1.

$$(1010.011)_2 = 2^3 + 2^1 + 2^{-2} + 2^{-3} = 8 + 2 + 0.25 + 0.125 = (10.375)_{10}$$

Μετατροπή Δεκαδικού Αριθμού σε Βάση r

Ακέραιο Μέρος

$$X=a_n r^n + a_{n-1} r^{n-1} + \ldots a_2 r^2 + a_1 r^1 + a_0$$

$$X/r=[a_n r^{n-1} + a_{n-1} r^{n-2} + \ldots a_2 r^1 + a_1]+a_0/r \quad (a_0<r)$$

$$X \bmod r = a_0$$

$$(X / r)_{\text{αποκοπή}} = a_n r^{n-1} + a_{n-1} r^{n-2} + \ldots a_2 r^1 + a_1$$

Διαδοχικές Διαιρέσεις με r

Οι συντελεστές είναι τα υπόλοιπα

Παράδειγμα: Μετατροπή του 41 στο δυαδικό σύστημα

$41 : 2 = 20 + 1 / 2$

$20 : 2 = 10 + 0 / 2$

$10 : 2 = 5 + 0 / 2$

$5 : 2 = 2 + 1 / 2$

$2 : 2 = 1 + 0 / 2$

$1 : 2 = 0 + 1 / 2$

➔ $(41)_{10} = (101001)_2$

Μετατροπή Δεκαδικού Αριθμού σε Βάση 8

<u>Παράδειγμα:</u> Μετατροπή του 153 στο οκταδικό σύστημα

153	
19	1
2	3
0	2 = $(231)_8$

Μετατροπή Δεκαδικού Αριθμού σε Αριθμό σε Βάση r

Κλασματικό Μέρος

$$X=a_{-1}r^{-1} + a_{-2}r^{-2} + \dots + a_m r^{-m}$$

$$X * r = a_{-1} + a_{-2}r^{-1} + \dots + a_m r^{-(m-1)}$$

$$(X * r)_{\text{ακέραιο μέρος}} = a_{-1}$$

$$(X * r)_{\text{χωρίς ακέραιο μέρος}} = a_{-2}r^{-1} + \dots + a_m r^{-(m-1)}$$

Διαδοχικοί Πολλαπλασιασμοί με r

Οι συντελεστές είναι τα ακέραια μέρη

Παράδειγμα: Μετατροπή του .6875 στο δυαδικό σύστημα

.6875 x 2 = 1 .3750

.3750 x 2 = 0 .7500

.7500 x 2 = 1 .5000

.5000 x 2 = 1 .0000

➔ $(.6875)_{10} = (.1011)_2$

Σφάλμα Μετατροπής

Παράδειγμα: Μετατροπή του .513 στο οκταδικό σύστημα

$$0.513 \times 8 = 4.104$$
$$0.104 \times 8 = 0.832$$
$$0.832 \times 8 = 6.656$$
$$0.656 \times 8 = 5.248$$
$$0.248 \times 8 = 1.984$$
$$0.984 \times 8 = 7.872$$

Πόσα ψηφία χρειαζόμαστε ;

Εξαρτάται από την ακρίβεια αναπαράστασης

Έστω τρία 8αδικά ψηφία

$$0.513_{10} = 0.406_8$$

$$0.406_8 = 4x8^{-1}+6x8^{-3} = 0.51171875$$

Σφάλμα μετατροπής : 0.00128125

Σφάλμα Μετατροπής

<u>Παράδειγμα:</u> Μετατροπή του .513 στο οκταδικό σύστημα

$$0.513 \times 8 = 4.104$$
$$0.104 \times 8 = 0.832$$
$$0.832 \times 8 = 6.656$$
$$0.656 \times 8 = 5.248$$
$$0.248 \times 8 = 1.984$$
$$0.984 \times 8 = 7.872$$

Έστω έξι 8αδικά ψηφία

$$0.513_{10} = 0.406517_8$$

$$0.406517_8 = 4x8^{-1}+6x8^{-3}+5x8^{-4}+1x8^{-5}+7x8^{-6}$$

$$= 0.512996673583984$$

Σφάλμα μετατροπής : 0.000003326

Όσο περισσότερα 8αδικά ψηφία έχουμε, τόσο μικρότερο το σφάλμα μετατροπής

Μετατροπή 8-/16-αδικού Αριθμού σε Δυαδικό και αντίστροφα

Κάθε οκταδικό/δεκαεξαδικό ψηφίο αντιστοιχεί σε 3/4 δυαδικά ψηφία:

Εύκολη Μετατροπή & Συμπίεση Δεδομένων

Παράδειγμα: 8-αδικό σε δυαδικό και αντίστροφα

010	110	001	101	011	.	111	100	000	110
2	6	1	5	3	.	7	4	0	6

Παράδειγμα: 16-αδικό σε δυαδικό και αντίστροφα

0010	1100	0110	1011	.	1111	0000	0110
2	C	6	B	.	F	0	6

Μετατροπή Βάσης Αριθμού: Ανακεφαλαίωση

1) <u>Μετατροπή από r-αδικό σε δεκαδικό</u>:

Πολ/ζουμε τους συντελεστές με τις αντίστοιχες δυνάμεις της βάσης r και προσθέτουμε.

2) <u>Μετατροπή από δεκαδικό σε r-αδικό</u>:

Χωρίζουμε ακέραιο και κλασματικό μέρος.

Ακέραιο μέρος: διαιρούμε συνέχεια με r και κρατάμε το υπόλοιπο.

Κλασματικό μέρος: πολ/ζουμε συνέχεια με r και κρατάμε το ακέραιο μέρος.

3) <u>Μετατροπή από 8-αδικό/16-αδικό σε δυαδικό</u>:

Αντικαθιστούμε κάθε ψηφίο με τον αντίστοιχο 3-ψήφιο/4-ψήφιο δυαδικό αριθμό.

4) <u>Μετατροπή από δυαδικό σε 8-αδικό/16-αδικό</u>:

Ομαδοποιούμε τα δυαδικά ψηφία σε τριάδες/τετράδες και αντικαθιστούμε κάθε μία με το αντίστοιχο ψηφίο του 8-/16-αδικού.

Συμπληρώματα

Τα συμπληρώματα απλοποιούν την πράξη της αφαίρεσης:

α) Συμπλήρωμα ως προς **Βάση**

β) Συμπλήρωμα ως προς **Βάση-1**

Συμπλήρωμα ως προς Βάση **r – 1** αριθμού με **n** ψηφία

$$A' = (r^n - 1) - A$$

Το συμπλήρωμα ενός αριθμού A n-ψηφίων είναι ίσο με την απόσταση του A από τον μέγιστο αριθμό που μπορεί να αναπαρασταθεί με **n** ψηφία

$$A + A' = (r^n - 1)$$

Συμπληρώματα

Δεκαδικό σύστημα: (για 6 ψηφία)

$A' = 999999 - A$

$546700' = 999999 - 546700 = 453299$

$012398' = 999999 - 012398 = 987601$

αφαίρεση κάθε ψηφίου του A από το 9 (δεν υπάρχουν κρατούμενα)

Δυαδικό σύστημα: $A' = 11\ldots1 - A$

(αντιστροφή κάθε ψηφίου)

$1011010011' = 0100101100$

Συμπληρώματα

Συμπλήρωμα ως προς Βάση r

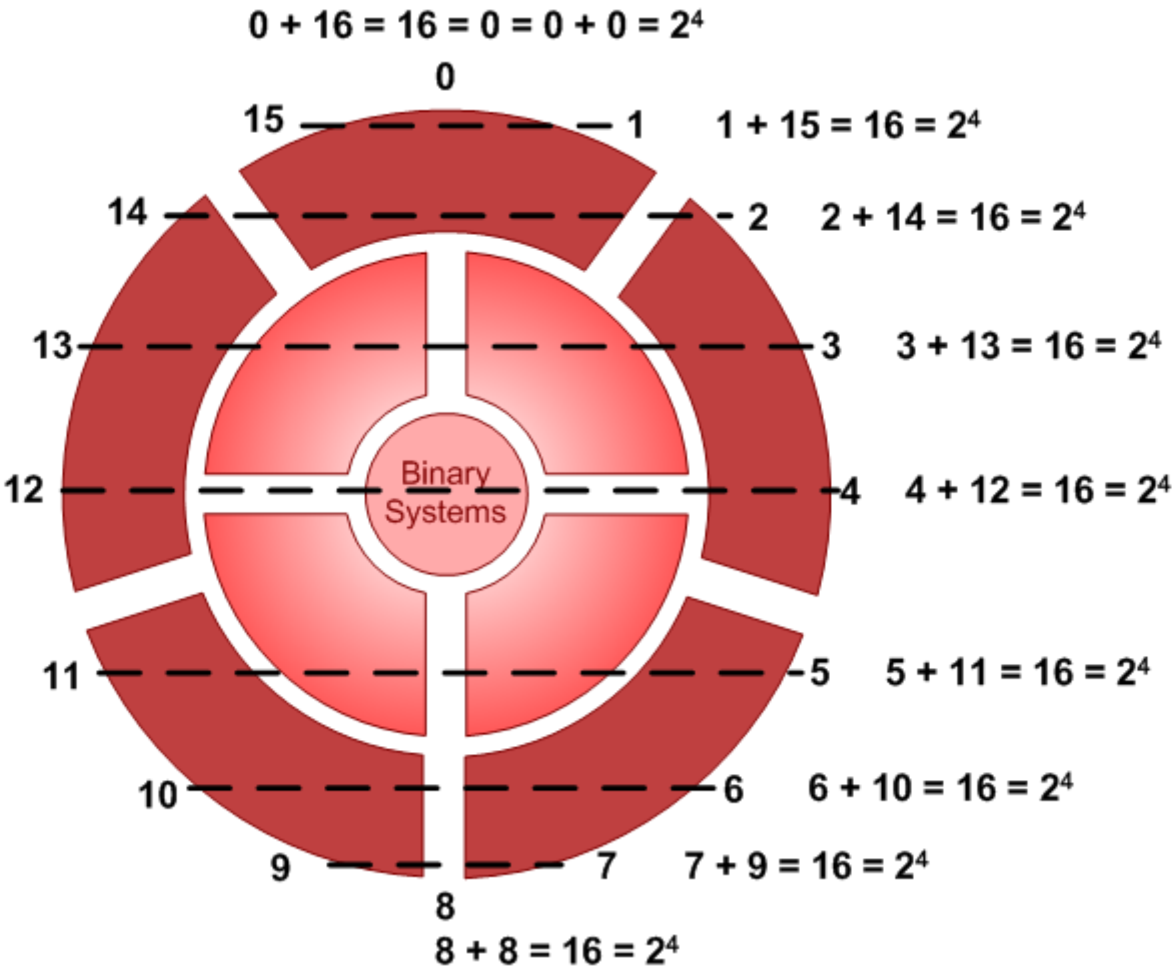
$$A_{\sigma r} = r^n - A \text{ για } A \neq 0 \text{ και } A_{\sigma r} = 0 \text{ για } A = 0$$

$$A_{\sigma r} = r^n - A - 1 + 1 = [(r^n - 1) - A] + 1 = A' + 1$$

Εύρεση του συμπληρώματος ως προς r-1 και πρόσθεση του 1

$$1011010011_{\sigma 2} = 0100101100 + 1 = 0100101101$$

Συμπληρώματα ως προς Βάση



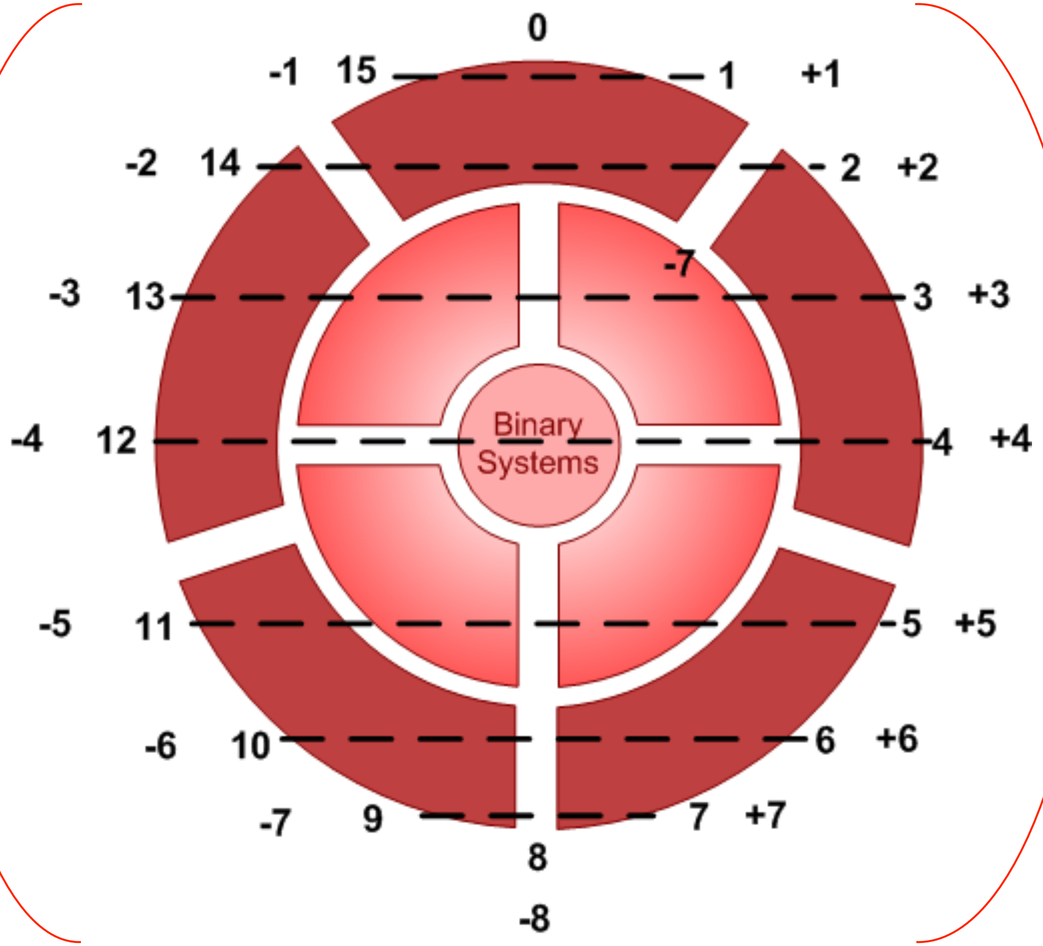
Όλοι οι αριθμοί που βρίσκονται σε μορφή συμπληρώματος ως προς βάση αθροίζονται στην τιμή $2^n = 0$

$$A + A_{2s} = 0$$

$$A = -A_{2s}$$

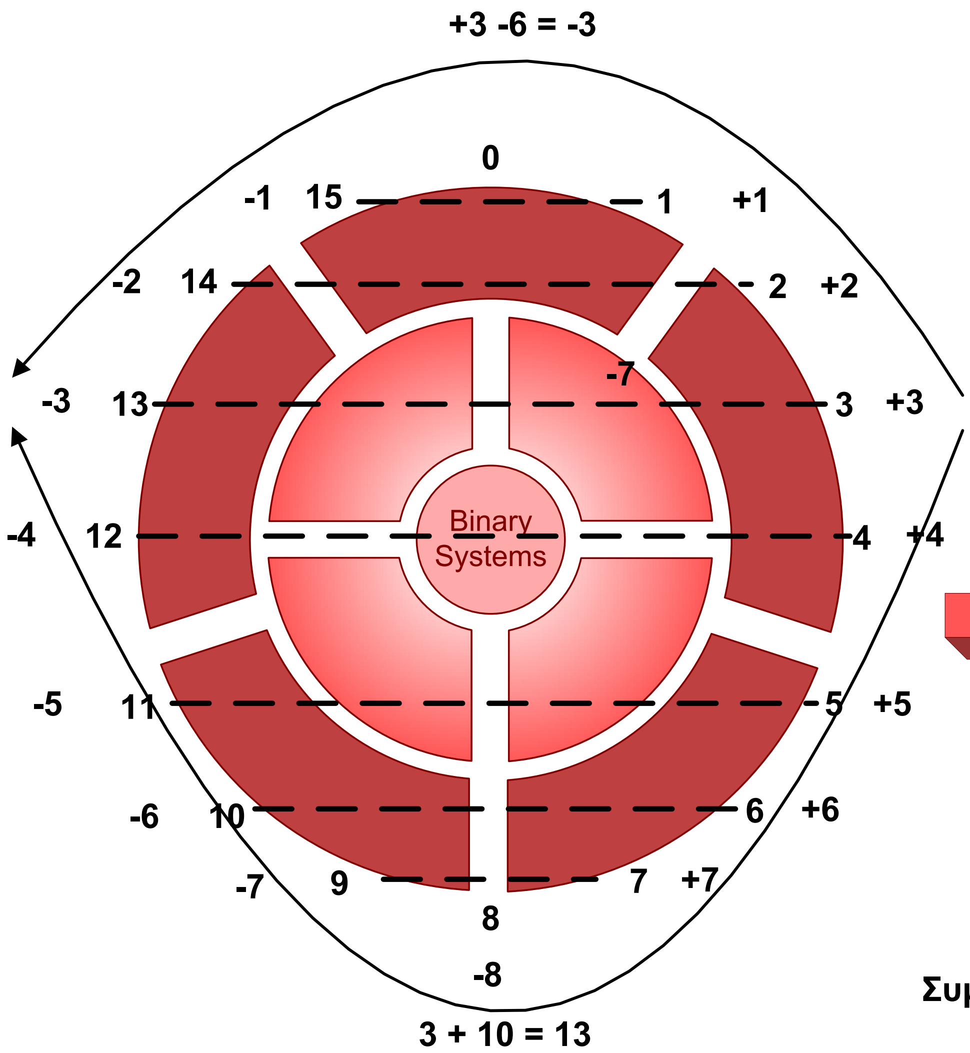
Αντίθετοι αριθμοί

Αρνητικοί αριθμοί



Θετικοί αριθμοί

Αφαίρεση με Συμπληρώματα



Άρα η πράξη

+3 -6 = -3

είναι ισοδύναμη με την

3 + 10 = 13

αν θεωρήσουμε ότι

-6 = 10
και
-3 = 13

Συμπηρώματα ως προς βάση

Αφαίρεση με Συμπληρώματα

Εστω η αφαίρεση M-N σε αριθμούς των n ψηφίων

$$M - N =$$

$$M - N + r^n - r^n =$$

$$M + (r^n - N) - r^n =$$

$$M + N_{2s} - r^n = A - r^n$$

Αν ($M + N_{2s}$) > r^n τότε κατά την πρόσθεση προκύπτει **κρατούμενο** το οποίο αγνοούμε (αφαιρούμε) και έχουμε:

$$M - N = A - r^n$$

Αν ($M + N_{2s}$) < r^n τότε κατά την πρόσθεση δεν προκύπτει **κρατούμενο** και έχουμε:

$$M - N = A - r^n = -(r^n - A)$$

Αφαίρεση Προσημασμένου Συμπληρώματος

Αφαίρεση Προσημασμένου Συμπληρώματος ως προς 2 (8 ψηφίων)

Πχ έστω η πράξη 13 – 6 με ακρίβεια 8 δυαδικών ψηφίων

$\left.\begin{array}{l} 6 \;\; = 00000110 \\ 13 = 00001101 \end{array}\right\}$ -6 = 11111010

13 – 6 = 13 + (- 6)

00001101 – 00000110 =

00001101 + 11111010 =

(1)00000111 = +7

Το τελικό κρατούμενο αγνοείται

Αφαίρεση Προσημασμένου Συμπληρώματος

Αφαίρεση Προσημασμένου Συμπληρώματος ως προς 2 (8 ψηφίων)

Πχ έστω η πράξη 6 – 13 με ακρίβεια 8 δυαδικών ψηφίων

6 = 00000110   -13 = 11110011

13 = 00001101

6 – 13 = 6 + (- 13)

00000110 + 11110011 =

(0)11111001 =

11111001 = - 7

Αφαίρεση Προσημασμένου Συμπληρώματος

<u>Αφαίρεση Προσημασμένου Συμπληρώματος ως προς 2 (8 ψηφίων)</u>

Πχ (– 6) – (– 13)

6 = 00000110   -6 = 11111010

13 = 00001101   -13 = 11110011

(– 6) – (– 13) =

11111010 – 11110011 =

11111010 + 00001101 =

(1)00000111 = +7

Προσημασμένοι Δυαδικοί Αριθμοί

Το πρόσημο δηλώνεται με την τοποθέτηση ενός bit στην αριστερότερη θέση (0 = +, 1 = -)

Τρόποι Απεικόνισης

Προσημασμένο Μέτρο:

Το αριστερότερο bit πρόσημο και το υπόλοιπο είναι το μέτρο (απόλυτη τιμή)

Συμπλήρωμα ως προς 2:

Το αριστ. bit πρόσημο και όλος ο αριθμός (με το πρόσημο) σε συμπλ. ως προς 2

Συμπλήρωμα ως προς 1:

Το αριστ. bit πρόσημο και όλος ο αριθμός (με το πρόσημο) σε συμπλ. ως προς 1

Προσημασμένο Μέτρο

Δυαδικοί Αριθμοί 4-bit

+0 →	0 000	-0 →	1 000
+1 →	0 001	-1 →	1 001
+2 →	0 010	-2 →	1 010
+3 →	0 011	-3 →	1 011
+4 →	0 100	-4 →	1 100
+5 →	0 101	-5 →	1 101
+6 →	0 110	-6 →	1 110
+7 →	0 111	-7 →	1 111

Προσημασμένο Συμπλήρωμα ως προς 1

Δυαδικοί Αριθμοί 4-bit

+0 →	0000	-0 →	1111
+1 →	0001	-1 →	1110
+2 →	0010	-2 →	1101
+3 →	0011	-3 →	1100
+4 →	0100	-4 →	1011
+5 →	0101	-5 →	1010
+6 →	0110	-6 →	1001
+7 →	0111	-7 →	1000

Προσημασμένο Συμπλήρωμα ως προς 2

Δυαδικοί Αριθμοί 4-bit

+0	→	0000			
+1	→	0001	-1	→	1111
+2	→	0010	-2	→	1110
+3	→	0011	-3	→	1101
+4	→	0100	-4	→	1100
+5	→	0101	-5	→	1011
+6	→	0110	-6	→	1010
+7	→	0111	-7	→	1001
			-8	→	1000

Στο προσημασμένο συμπλήρωμα **δεν υπάρχει** διπλή αναπαράσταση του 0

Αναπαραστάσεις Αριθμών

Decimal	Signed-2's Complement	Signed-1's Complement	Signed Magnitude
+7	0111	0111	0111
+6	0110	0110	0110
+5	0101	0101	0101
+4	0100	0100	0100
+3	0011	0011	0011
+2	0010	0010	0010
+1	0001	0001	0001
+0	0000	0000	0000
−0	—	1111	1000
−1	1111	1110	1001
−2	1110	1101	1010
−3	1101	1100	1011
−4	1100	1011	1100
−5	1011	1010	1101
−6	1010	1001	1110
−7	1001	1000	1111
−8	1000	—	—

Αριθμητική Πρόσθεση/Αφαίρεση

Αριθμητική Πρόσθεση (απαιτεί σύγκριση προσήμων)

1. Αν τα πρόσημα είναι ίδια προσθέτουμε τα μέτρα με τελικό πρόσημο το κοινό.

2. Αν τα πρόσημα είναι διαφορετικά αφαιρούμε από τον μεγαλύτερο τον μικρότερο με τελικό πρόσημο αυτό του μεγαλυτέρου

Πρόσθεση Προσημασμένου Συμπληρώματος ως προς 2

Απλή πρόσθεση και το τελικό κρατούμενο αγνοείται. Αν το αποτέλεσμα είναι αρνητικό θα είναι σε συμπλήρωμα ως προς 2. Καμία μετατροπή ή σύγκριση δεν απαιτείται.

Υπερχείλιση

- Ο αριθμός των ψηφίων, μήκος λέξης, ενός δυαδικού αριθμού είναι περιορισμένος.
- Εάν το μήκος λέξης είναι *n* ψηφία και το άθροισμα μετά από μια διαδικασία πρόσθεσης απαιτεί *n*+1 ψηφία τότε έχουμε υπερχείλιση.
- Υπερχείλιση έχει συμβεί όταν το ψηφίο προσήμου του αθροίσματος δυο ή περισσότερων αριθμών έχει λανθασμένη τιμή.

π.χ: αριθμοί σε αναπαράσταση συμπληρώματος ως προς 2 με 8 ψηφία

```
  127   01111111
+  64   01000000
----------------
+ 191   10111111
```

έπρεπε να είναι 0

```
 - 96   10100000
 - 84   10101100
----------------
 -180   01001100
```

έπρεπε να είναι 1

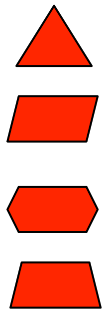
- Για την αποφυγή της υπερχείλισης απαιτείται σωστός καθορισμός του μήκους λέξης.

Δυαδικοί Κώδικες

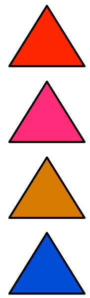
Η αναπαράσταση της πληροφορίας γίνεται με δυαδικούς κώδικες.

Παράδειγμα

Α → 00
Β → 01
Γ → 10
Δ → 11



→ 00
→ 01
→ 10
→ 11



→ 00
→ 01
→ 10
→ 11

Ερώτηση : η τιμή 01 σε τι αντιστοιχεί;

Κώδικας Εφαρμογή

Binary-Coded Decimal Code

Ο κώδικας BCD είναι δεκαδικός κώδικας:

μετατρέπει έναν δυαδικό σε έναν δεκαδικό αριθμό για επικοινωνία με τον άνθρωπο

Binary-Coded Decimal (BCD)

Decimal Symbol	BCD Digit
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001

5 8 1

Decimal: 581

BCD: 0101 1000 0001

Binary: 1001000101

Οι αχρησιμοποίητοι συνδυασμοί οδηγούν σε μεγαλύτερες αναπαραστάσεις σε BCD

Άθροιση BCD ψηφίων

Η άθροιση σε BCD μπορεί να γίνει μέσω της δυαδικής άθροισης με απαραίτητες μετατροπή

4	0100	4	0100	8	1000
+5	+0101	+8	+1000	+9	1001
9	1001	12	1100	17	10001
			+0110		+0110
			10010		10111

Το αποτέλεσμα δεν υπερβαίνει το 9 και αναπαρίσταται σωστά σε BCD

Διόρθωση με πρόσθεση του 6

Άθροιση BCD αριθμών

Αθροίζονται τα επιμέρους ψηφία με τους κανόνες μετατροπής.

Τα κρατούμενα μεταφέρονται στο επόμενο ψηφίο

BCD	1	1		
	0001	1000	0100	184
	+0101	0111	0110	+576
Binary sum	0111	10000	1010	
Add 6		0110	0110	
BCD sum	0111	0110	0000	760

Προσημασμένοι BCD αριθμοί

Το πρώτο ψηφίο αναπαριστά το πρόσημο

0 ➡ + 9 ➡ -

Οι αρνητικοί αναπαριστώνται με συμπλήρωμα ως προς 10 (αφαίρεση κάθε ψηφίου από το 9 και πρόσθεση της μονάδος)

- 240 = - (0 240) = (9-0) (9-2)(9-4)(9-0)+1 = 9 759+1 = 9 760

(+ 375) + (-240) = +135

$$\begin{array}{r} 0 \quad 375 \\ +9 \quad 760 \\ \hline 0 \quad 135 \end{array}$$

Δεκαδικοί Κώδικες

ΠΙΝΑΚΑΣ 1-2
Δυαδικοί κώδικες για τα δεκαδικά ψηφία

Δεκαδικό ψηφίο	(BCD) 8421	Excess-3	84-2-1	2421	(Biquinary) 5043210
0	0000	0011	0000	0000	0100001
1	0001	0100	0111	0001	0100010
2	0010	0101	0110	0010	0100100
3	0011	0110	0101	0011	0101000
4	0100	0111	0100	0100	0110000
5	0101	1000	1011	1011	1000001
6	0110	1001	1010	1100	1000010
7	0111	1010	1001	1101	1000100
8	1000	1011	1000	1110	1001000
9	1001	1100	1111	1111	1010000

Μετατροπή ενός αριθμού στο δυαδικό σύστημα ≠ δυαδική κωδικοποίηση

Οι κώδικες excess-3, ο 2 4 2 1, ο 8 4 -2 -1 είναι αυτό-συμπληρωματικοί: το συμπλ. ως προς 9 βγαίνει με αντικατάσταση των 0 – 1.

Κώδικας Gray

Οι διαδοχικοί αριθμοί στον κώδικα gray μεταβάλλονται κατά ένα μόνο bit.

Χρησιμοποιείται όταν κατά τη μετάδοση η μετάβαση γίνεται σε *γειτονικούς* αριθμούς και θέλουμε να μειώσουμε την αβεβαιότητα κατά την εναλλαγή.

ΠΙΝΑΚΑΣ 1-4
Κώδικας Gray τεσσάρων bits

Κώδικας Gray	Ισοδύναμος δεκαδικός
0000	0
0001	1
0011	2
0010	3
0110	4
0111	5
0101	6
0100	7
1100	8
1101	9
1111	10
1110	11
1010	12
1011	13
1001	14
1000	15

Αλφαριθμητικοί Κώδικες

<u>Κώδικας ASCII</u>

Περιλαμβάνει:

τα 10 δεκαδικά ψηφία,

τα 26 γράμματα του αλφαβήτου (x2),

32 ειδικούς χαρακτήρες (&,*,+),

34 χαρακτήρες ελέγχου

	$b_7b_6b_5$							
$b_4b_3b_2b_1$	000	001	010	011	100	101	110	111
0000	NUL	DLE	SP	0	@	P	`	p
0001	SOH	DC1	!	1	A	Q	a	q
0010	STX	DC2	"	2	B	R	b	r
0011	ETX	DC3	#	3	C	S	c	s
0100	EOT	DC4	$	4	D	T	d	t
0101	ENQ	NAK	%	5	E	U	e	u
0110	ACK	SYN	&	6	F	V	f	v
0111	BEL	ETB	'	7	G	W	g	w
1000	BS	CAN	(	8	H	X	h	x
1001	HT	EM	)	9	I	Y	i	y
1010	LF	SUB	*	:	J	Z	j	z
1011	VT	ESC	+	;	K	[	k	{
1100	FF	FS	,	<	L	\	l	¦
1101	CR	GS	–	=	M	]	m	}
1110	SO	RS	.	>	N	^	n	~
1111	SI	US	/	?	O	_	o	DEL

Χαρακτήρες Ελέγχου
- Διαμορφωτές Μορφής Κειμένου (backspace, tab)
- Διαχωριστές Πληροφορίας (Διαχωριστής Αρχείων)
- Ελέγχου Επικοινωνίας (STX, ETX)

Κώδικες Ανίχνευσης Σφαλμάτων

Τα φυσικά μέσα μετάδοσης επηρεάζονται από θόρυβο και προκαλούν λάθη. Για αυτό χρησιμοποιούνται οι κώδικες ανίχνευσης σφαλμάτων (π.χ. parity bits).

Η μέθοδος ισοτιμίας ανιχνεύει περιττό αριθμό λαθών

ΠΙΝΑΚΑΣ 1-3
Bit ισοτιμίας

Περιττή Ισοτιμία		Άρτια ισοτιμία	
Μήνυμα	P	Μήνυμα	P
0000	1	0000	0
0001	0	0001	1
0010	0	0010	1
0011	1	0011	0
0100	0	0100	1
0101	1	0101	0
0110	1	0110	0
0111	0	0111	1
1000	0	1000	1
1001	1	1001	0
1010	1	1010	0
1011	0	1011	1
1100	1	1100	0
1101	0	1101	1
1110	0	1110	1
1111	1	1111	0

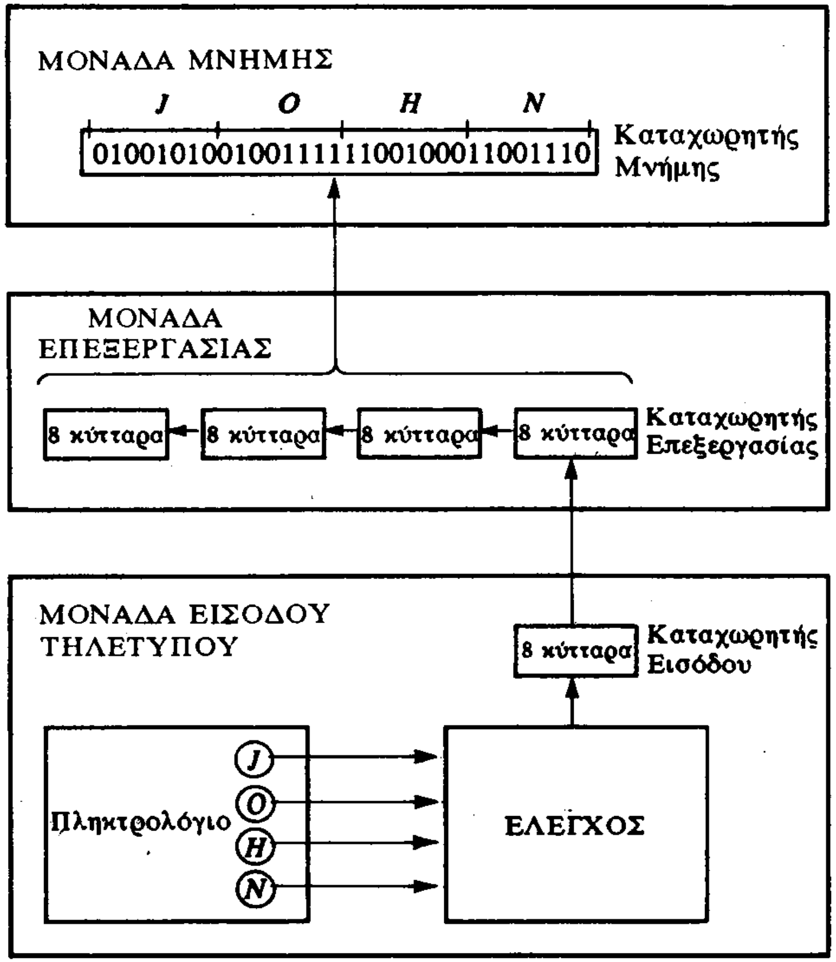
Δυαδική Αποθήκευση και Καταχωρητές

Τα διακριτά στοιχεία πληροφορίας αποθηκεύονται σε δυαδικά κύτταρα (binary cells).

Καταχωρητής : είναι μία ομάδα από δυαδικά κύτταρα.

0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0

Το περιεχόμενο του καταχωρητή μπορεί να ερμηνευτεί με αρκετούς διαφορετικούς τρόπους: Ακέραιος: 9829, Αλφαριθμητικά: &e κλπ

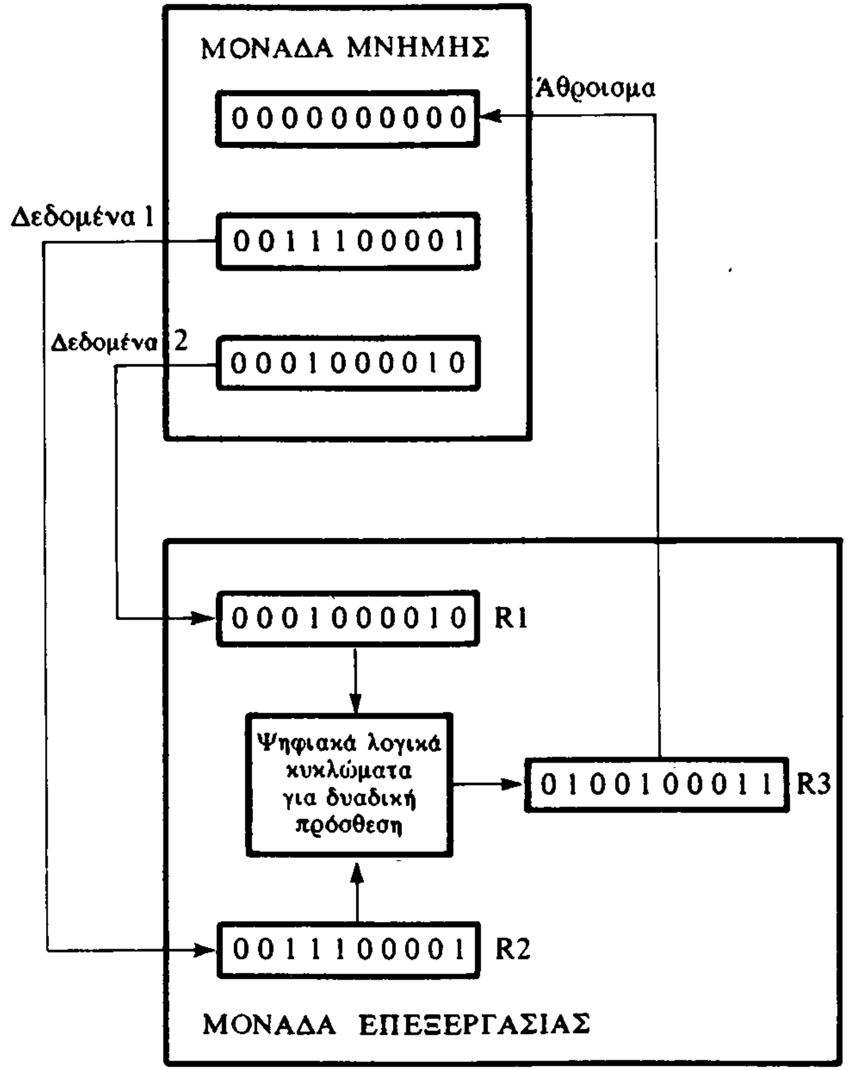


ΣΧΗΜΑ 1-2
Μεταφορά πληροφορίας μέσω καταχωρητών

Δυαδική Αποθήκευση και Καταχωρητές

Η επεξεργασία των δεδομένων απαιτεί εκτός από τα κυκλώματα επεξεργασίας, κυκλώματα αποθήκευσης των πληροφοριών.

Η επεξεργασία γίνεται με ψηφιακά λογικά κυκλώματα, ενώ η συχνότερα χρησιμοποιούμενη δομή αποθήκευσης πληροφοριών είναι ο καταχωρητής



Δυαδική Λογική

Ασχολείται με μεταβλητές που μπορούν να έχουν δύο μόνο διακριτές τιμές, και με λογικές πράξεις.

Λογικές Πράξεις:
- ΚΑΙ (AND): X·Y=1 όταν X=Y=1
- Η (OR): X+Y=1 όταν X=1 ή Y=1
- ΟΧΙ (NOT): X΄=1 όταν X=0

ΠΙΝΑΚΑΣ 1-6
Πίνακες αληθείας των λογικών πράξεων

ΚΑΙ			Ή			ΟΧΙ	
x	y	$x \cdot y$	x	y	$x+y$	x	x'
0	0	0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	1	1	1	0
1	0	0	1	0	1		
1	1	1	1	1	1		

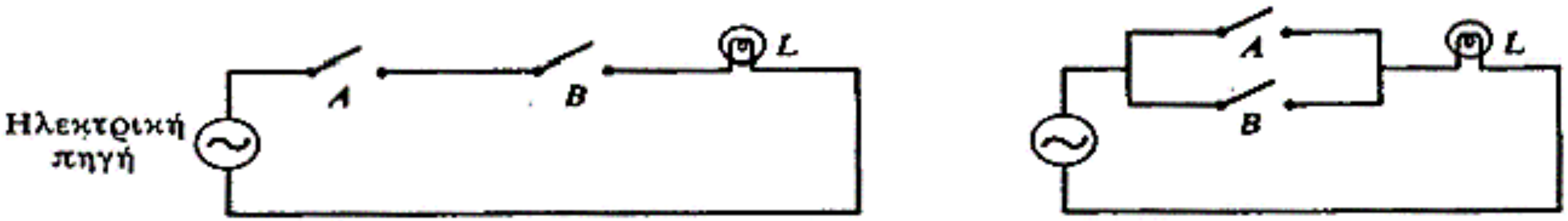
Το αριθμητικό X+Y είναι διαφορετικό από το λογικό X+Y:

1+1=10 (αριθμ), 1+1=1 (λογικό)

Κυκλώματα Διακοπτών και Δυαδικά Σήματα

$L = A \cdot B$ για το κύκλωμα του Σχήματος 1-4(α)

$L = A + B$ για το κύκλωμα του Σχήματος 1-4(β)



(α) Διακόπτες στη σειρά - λογικό ΚΑΙ (AND)

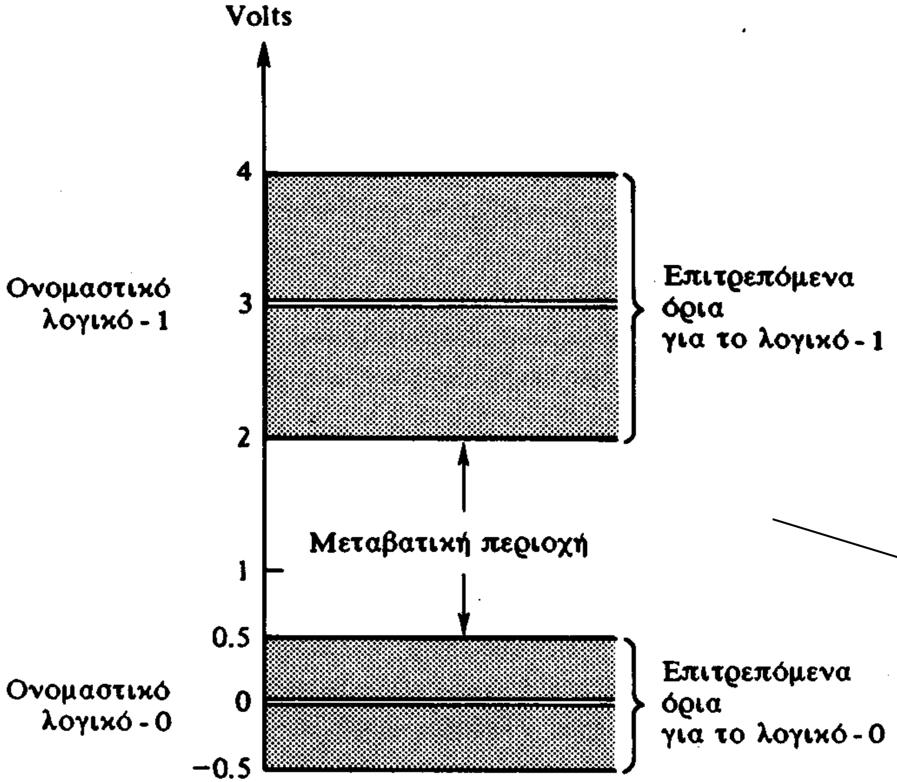
(β) Διακόπτες εν παραλλήλω - λογικό Ή (OR)

Οι χειροκίνητοι διακόπτες παριστάνουν δυο δυαδικές μεταβλητές A και B

Ο λαμπτήρας L παριστάνει μία τρίτη δυαδική μεταβλητή

Τα δύο κυκλώματα εκφράζονται σε δυαδική λογική με τις πράξεις AND και OR

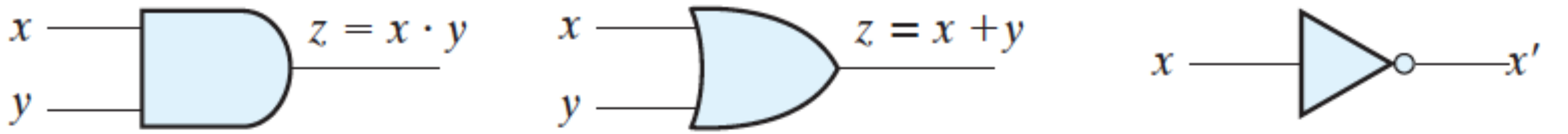
Κυκλώματα Διακοπτών και Δυαδικά Σήματα



Τα κυκλώματα ανάλογα με τον τρόπο κατασκευής τους και τις συνθήκες λειτουργίας τους επηρεάζονται από θόρυβο καθώς η λειτουργία τους δεν είναι απόλυτα σταθερή.

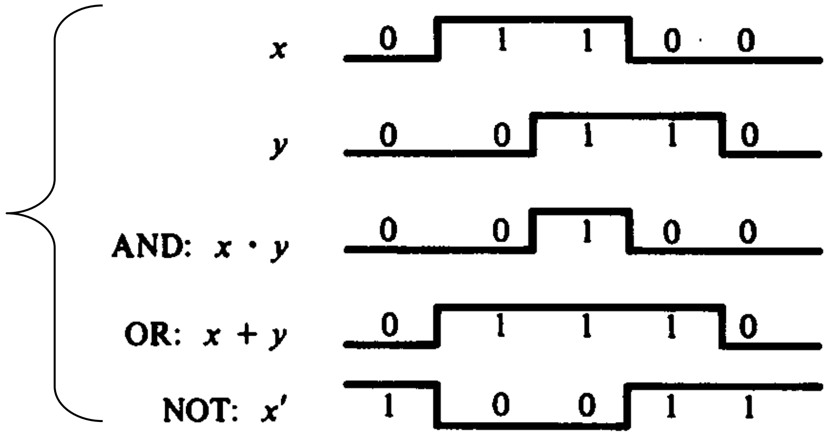
Πραγματική εικόνα λογικών τάσεων και αντιμετώπισης από τα λογικά κυκλώματα

Λογικές Πύλες



(a) Two-input AND gate (b) Two-input OR gate (c) NOT gate or inverter

Διαγράμματα Λογικής συμπεριφοράς σημάτων στον άξονα του χρόνου.



ΣΧΗΜΑ 1-7
Σήματα εισόδου-εξόδου για τις πύλες (α), (β), (γ) του Σχήματος 1-6.

Λογικές Πύλες